ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

———————o0o———————

NGUYỄN THỊ THU TRANG

TỨ GIÁC ĐIỀU HÒA VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên, 10/2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

———————o0o———————

NGUYỄN THỊ THU TRANG

TỨ GIÁC ĐIỀU HÒA VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: **Phương pháp toán sơ cấp**

Mã số: **8460113**

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS. TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG

Thái Nguyên, 10/2018

Mục lục

Danh sách ký hiệu

$\angle AOB$	Góc AOB
$\overline{CA}$	Độ dài đại số của véctơ $\overrightarrow{CA}$
$(A, B, C, D) = -1$	A, B, C, D là hàng điểm điều hòa
$(OA, OB, OC, OD) = -1$	OA, OB, OC, OD là chùm điều hòa
(O)	Đường tròn tâm O
$\triangle ABC$	Tam giác ABC
$\triangle ABC \sim \triangle BPM$	Tam giác ABC đồng dạng với tam giác BPM
$AB \perp CD$	Đoạn AB vuông góc CD
$const$	Hằng số
$\mathcal{I}(O, r^2)$	Phép nghịch đảo tâm O tỉ số r^2

Danh sách hình vẽ

Mở đầu

Từ xưa đến nay hình học luôn được xem là một môn học thú vị bởi những khám phá mới mẻ từ những định lý, tính chất và những ứng dụng đẹp của nó. Hình học là một phân môn quan trọng trong toán học, đã gắn bó với chúng ta trong quá trình học toán từ bậc tiểu học đến trung học phổ thông. Sự kì diệu của hình học nằm trong cả phát biểu của định lý, tính chất cũng như những chứng minh của chúng, tiềm ẩn những thử thách sâu sắc để thách thức trí tuệ của con người.

Tứ giác điều hòa là một tứ giác đẹp và có nhiều ứng dụng trong hình học phẳng. Các bài toán liên quan đến tứ giác điều hòa là những bài toán hay và khó. Nó có ứng dụng khá lớn trong các bài toán như chứng minh thẳng hàng, đồng quy, song song, vuông góc, trung điểm, chứng minh đi qua điểm cố định và các bài toán về chứng minh hệ thức hình học...

Với mong muốn tìm hiểu sâu hơn về ứng dụng của tứ giác điều hòa, tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu "Tứ giác điều hòa và ứng dụng" dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Trần Việt Cường.

Để giải quyết được vấn đề này, trước tiên chúng tôi tìm hiểu về định nghĩa cũng như những tính chất của tứ giác điều hòa. Tiếp đó, chúng tôi tìm hiểu việc vận dụng các tính chất của tứ giác điều hòa vào việc giải một số dạng toán cụ thể trong hình học phẳng.

Nội dung của đề tài luận văn gồm hai chương.

Chương 1. Một số vấn đề về tứ giác điều hòa. Trong chương này, ngoài trình bày một số kiến thức chuẩn bị có liên quan đến đề tài, chúng tôi trình bày định nghĩa và tính chất về tứ giác điều hòa. Các nội dung của chương được tổng hợp từ các tài liệu [1, 3, 11].

Chương 2. Một số ứng dụng của tứ giác điều hòa. Trong chương này, chúng tôi áp dụng các tính chất của tứ giác điều hòa vào giải một số dạng toán trong hình học phẳng như: chứng minh thẳng hàng, chứng minh đồng quy, chứng minh song song, chứng minh vuông góc, chứng minh hệ thức trong hình học, chứng minh đường thẳng đi qua điểm cố định... Các nội dung của chương sẽ tham khảo từ các tài liệu [4, 9, 10].

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến PGS. TS. Trần Việt Cường, người thầy đã định hướng chọn đề tài và nhiệt tình hướng dẫn để tôi có thể hoàn thành luận văn này.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới Phòng Đào tạo, các thầy cô giáo giảng dạy chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp, Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập tại trường.

Tôi xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao học K10Q Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã động viên giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và làm luận văn này.

Đồng thời tôi xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, bạn bè và các đồng nghiệp đã tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Thái Nguyên, tháng 10 năm 2018

Người viết luận văn

Nguyễn Thị Thu Trang

Chương 1

Một số vấn đề về tứ giác điều hòa

Trong chương này, ngoài trình bày một số kiến thức chuẩn bị có liên quan đến đề tài, chúng tôi trình bày định nghĩa và tính chất về tứ giác điều hòa. Các nội dung của chương được tổng hợp từ các tài liệu [1, 3, 11].

1.1 Một số kiến thức chuẩn bị

1.1.1 Hàng điểm điều hòa

Định nghĩa 1.1.1 ([3])**.** Trên một đường thẳng lấy bốn điểm A, B, C, D. Khi đó, A, B, C, D được gọi là hàng điểm điều hòa nếu chúng thỏa mãn hệ thức

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}. \tag{1.1}$$

Ký hiệu là $(A, B, C, D) = -1$.

Hình 1.1: A, B, C, D là hàng điểm điều hòa.

Nhận xét 1.1.2. Từ hệ thức (1.1), ta suy ra ngay trong hai điểm C và D phải có một điểm nằm bên trong đoạn thẳng AB và điểm còn lại nằm ngoài đoạn thẳng AB.

Tính chất 1.1.3 ([3])**.** Bốn điểm được gọi là hàng điểm điều hòa khi và chỉ khi một trong các hệ thức sau được thỏa mãn:

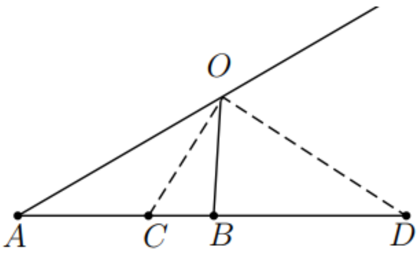
1. $\dfrac{2}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{\overline{CA}} + \dfrac{1}{\overline{DA}}$ (hệ thức Descarter).
2. $IA^2 = IB^2 = \overline{IC} \cdot \overline{ID}$ (với I là trung điểm AB) (hệ thức Newton).

Hình 1.2: I là trung điểm đoạn AB.

3. Gọi J là trung điểm CD, ta có $\overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{AB} \cdot \overline{AJ}$ (hệ thức Maclaurin).

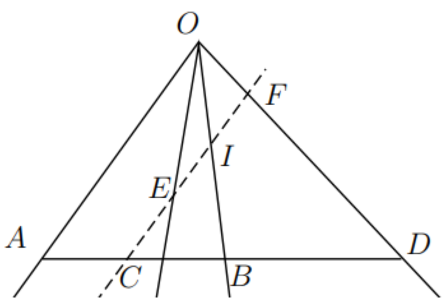
Hệ thức (1.1) và hệ thức Newton là hai dấu diện phổ biến nhất để chứng minh bốn điểm là một hàng điểm điều hòa.

Định lý 1.1.4 ([3])**.** *Cho $(A, B, C, D) = -1$ và điểm O sao cho OC là phân giác góc trong của $\angle AOB$ thì OD là phân giác ngoài của $\angle AOB$.*



Hình 1.3: OD là phân giác ngoài của $\angle AOB$.

Định lý 1.1.5 ([3])**.** *Cho $(A, B, C, D) = -1$ và điểm O nằm ngoài hàng điểm điều hòa trên. Một đường thẳng d cắt ba tia OC, OB và OD lần lượt tại E, I và F. Khi đó, I là trung điểm của EF khi và chỉ khi d song song với OA.*



Hình 1.4: I là trung điểm của EF.